

TESTARE ÎN VEDEREA TRANSFERULUI

23 AUGUST 2024

CLASA a X-a

Varianta 2

I. 1. a). (5p) Rezolvați în \mathbf{R} ecuația : $\left[\frac{x-5}{4} \right] = \frac{x-10}{3}$;

b). (5p) Se consideră $a, b, c, d \in (0, \infty)$ astfel încât $a \cdot b \cdot c \cdot d = 1$. Demonstrați că

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + a \cdot b + b \cdot c + c \cdot d + d \cdot a + a \cdot c + bd \geq 10.$$

c). (5p) Rezolvați în \mathbf{R} ecuația:

$$|7 - |2x - 3|| = 5$$

2. (10p) Suma primilor n termeni ai unui sir $(a_n)_{n \geq 1}$ este $S_n = 7n^2 - 5n, \forall n \in \mathbf{N}^*$. Să se găsească primii trei termeni ai sirului și să se verifice că acest sir este progresie aritmetică.

3. (10p) Fie funcțiile $f, g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & \text{daca } x \leq 2 \\ 4x + 3, & \text{daca } x > 2 \end{cases}, g(x) = \begin{cases} 3x + 5, & \text{daca } x < 4 \\ 6x + 1, & \text{daca } x \geq 4 \end{cases}$

a) (5p) Calculați $(f \circ g)(12)$

b) (5p) Calculați $(f \circ g)(x)$

4. (10p) Se consideră un triunghi ABC și punctele $M \in (BC), N \in (AC), P \in (AB)$ pentru care

$\overrightarrow{BM} = \frac{1}{4} \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}$ și $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB}$. Să se exprime în funcție de vectorii $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ și

$\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ următorii vectori: $\overrightarrow{CP}, \overrightarrow{BN}, \overrightarrow{PN}, \overrightarrow{PM}, \overrightarrow{AM}$.

5. (5p) Demonstrați identitatea:

$$\frac{\sin x + \sin(x + y) + \sin(x + 2y)}{\cos x + \cos(x + y) + \cos(x + 2y)} = \operatorname{tg}(x + y)$$

II. 1. (10p) a) Aflați funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + mx + n$ dacă are $\text{Im } f = \left[-\frac{9}{4}; +\infty\right)$ și punctul de extrem este $x = 2,5$

b) (10p) Să se determine funcția de gradul al doilea care are coeficienții a, b, c în progresie aritmetică cu rația 3 iar axa de simetrie este dreapta $x = -0,8$.

2. (10p) Fie ΔABC cu $a = 6, b = 6, c = 8$. Calculați: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$; R (raza cercului circumscris triunghiului ABC) și r (raza cercului înscris în triunghiul ABC).

3. (10p) Se consideră un paralelogram $ABCD$ și punctele $M \in (AB), N \in (CM)$ astfel încât $AM = 2MB$ și $CN = 3NM$. Să se demonstreze că punctele B, N, D sunt coliniare.

Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 90 minute. Se acordă 10 puncte din oficiu.