COLEGIUL NAȚIONAL ”SPIRU HARET”

TESTARE ÎN VEDEREA TRANSFERULUI

23 AUGUST 2024

CLASA A XI-A

VARIANTA 2

I. 1.(10p) Rezolvați în **R** ecuaţia : $\sqrt[3]{3+x}+\sqrt{x-5}=2$;

2.(10p) Rezolvați în **R** ecuaţia : $3^{x+3}-9^{x+1}=18$;

3.(10p) Rezolvați în **R** ecuaţia : $lg(3x-4)^2+2\lg(4x-8)=4$;

4.(10p) Rezolvați în **R** ecuaţia : $\arccos(cosx+sin^2x)=0$;

5.(10p) Determinaţi termenul fără x din dezvoltarea binomului $(x\sqrt[3]{x}+\frac{1}{\sqrt[4]{x}})^{19}$.

II. 1. a).(10p) Calculaţi produsul $P=i\cdot(2i)^2\cdot(2^2i)^3\cdot(2^3i)^4\cdot\ldots\cdot(2^{99}i)^{100}$

b).(10p) Rezolvaţi în **C** ecuaţia : $|z|^2-2z=3-4i$

2. Se consideră punctele A(1;1), B(2;3) şi dreapta d cu ecuaţia x-4y+7=0.

a).(10p) Determinaţi coordonatele punctului C de pe dreapta d, astfel încât triunghiul ABC să fie isoscel de bază $[AB]$;

b).(10p) Scrieţi ecuaţia înălţimii din C şi determinaţi coordonatele punctului D în care această înălţime taie axa Ox.

Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 90 minute. Se acordă 10 puncte din oficiu.

BAREM – CLASA A XI-A , VARIANTA 2

I. 1.(10p) Considerăm funcţia $f(x) = \sqrt[3]{3+x} + \sqrt{x-5}$ şi ecuaţia devine f(x)=2 (**2p**)

Funcţia f este strict crescătoare, ca sumă şi compunere de funcţii strict crescătoare (**4p**)

Observăm că f(5)=2 (**2p**). Atunci x=5 este soluţie unică (**2p**).

2.(10p) Ecuaţia se scrie $27 \cdot 3^x - 9 \cdot 3^{2x} - 18 = 0$ (**2p**). Împărţim prin 9 şi notăm $3^x = t$ (**2p**). Obţinem ecuaţia $t^2 - 3t + 2 = 0$, cu soluţiile 1 şi 2 (**4p**). Final x=0 şi x=$log_3 2$ **(2p).**

3.(10p) Soluţia sistemului de condiţii este $x > 2$ (**2p**). Ecuaţia devine:

$\lg(3x-4) + \lg(4x-8) = 2$ (**2p**), apoi $3x^2 - 10x - 17 = 0$ (**2p**), cu soluţiile $\frac{5 \pm 2\sqrt{19}}{3}$ **(2p)**, acceptabilă doar $\frac{5+2\sqrt{19}}{3}$ **(2p)**.

4.(10p) Condiţie de existenţă $cosx + sin^2x \in [-1,1]$ (**2p**). Ecuaţia devine $cosx + sin^2x = 1$ (**2p**) , apoi $cosx - cos^2x = 0$ (**1p**), cu soluţiile $x = (2k+1)\frac{\pi}{2}$ şi $x = 2k\pi$, $k \in Z$ **(3p)**, care convin **(2p)**.

5.(10p) Termenul general este $T_{k+1} = C_{19}^k x^{\frac{4}{3}(19-k)-\frac{k}{4}}$ **(3p)**. Avem $\frac{4}{3}(19-k) - \frac{k}{4} = 0$ **(2p)**, de unde k=16 **(3p)**. Atunci termenul este $T_{17} = 19 \cdot 3 \cdot 17$ **(2p)**.

II. 1. a).(10p) Puterea lui i va fi 1+2+3+...+100= 50·101 **(2p)**

Puterea lui 2 va fi $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \cdots + 99 \cdot 100$ **(2p)** . Calculul sumelor **(4p)** şi calculul lui $P = -2^{33\,3300}$ **(2p)**.

b).(10p) Notând z=x+yi, ecuaţia devine $x^2 + y^2 - 2(x+yi) = 3 - 4i$ **(2p)**

Obţinem sistemul $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x = 3 \\ -2y = -4 \end{cases}$ **(2p)**, cu soluţia x=1, y=2 **(4p)**. Deci z=1+2i **(2p)**

2. a).(10p) Fie C(a,b). Cum C aparţine dreptei d avem a-4b+7=0 (**2p**);Avem şi CA=CB, de unde 2a+4b=11 (**4p**) . Soluţia sistemului este $a = \frac{4}{3}$, $b = \frac{25}{12}$ (**3p**). Punctul $C(\frac{4}{3}; \frac{25}{12})$(**1p**).

b).(10p) Panta lui AB este 2, deci panta înălţimii este $-\frac{1}{2}$ (**3p**); Ecuaţia înălţimii este $y = -\frac{1}{2}x + \frac{11}{4}$ (**4p**) Punctul $D(\frac{11}{2}; 0)$ (**3p**).