



20 DE GRILE · 90 MIN · BAREM PE ULTIMA PAGINĂ

1. Fie  $a \in (0, 1) \cup (1, +\infty)$  și  $f : (0, +\infty) \rightarrow (0, +\infty)$ ,  $f(x) = x^x + a^x + x^a$ . Determinați valoarea parametrului  $a$  pentru care  $f'(1) = 1$ .

A)  $a = \frac{1}{e}$

B)  $a = \frac{1}{2}$

C)  $a = \frac{1}{e^2}$

D)  $a = e^2$

E)  $a = 2$

F)  $a = e$

2. Fie funcția  $f : (2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ . Derivata a doua a funcției este:

A)  $\frac{6}{(x-2)^3}$

B)  $\frac{-6}{(x-2)^3}$

C)  $\frac{-3}{(x-2)^2}$

D)  $\frac{6}{(x-2)^4}$

3. Mulțimea numerelor reale  $x$  pentru care funcția  $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 + 4x - 1}{x - 1}$ , este crescătoare este:

A)  $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$

B)  $(-1, 3) \setminus \{1\}$

C)  $[2, +\infty)$

D)  $(-\infty, -3] \cup [1, +\infty)$

4. Fie ecuația  $x + 3^x + \log_3 x = 9$  și fie  $N$  numărul soluțiilor sale reale. Atunci:

A)  $N = 1$

B)  $N = 0$

C)  $N = 2$

D)  $N = 4$

E)  $N = 3$

5. Valoarea limitei  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{4+x} - 3}{\sqrt{x-4} - 1}$  este:
- A)  $\frac{1}{3}$  B) 3  
C) 0 D) nu există  
E) 1
- 
6. Valoarea limitei  $\ell = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{a^{\frac{1}{n}} + b^{\frac{1}{n}} + c^{\frac{1}{n}}}{3} \right)^n$ , unde  $a, b, c > 0$ , este:
- A)  $\ell = \sqrt[3]{abc}$  B)  $\ell = abc$   
C)  $\ell = \ln(abc)$  D)  $\ell = \sqrt{abc} + 1$   
E)  $\ell = \frac{1}{abc}$
- 
7. Fie  $A(x) = \begin{pmatrix} x & 2 \\ 0 & x^2 \end{pmatrix}$  și  $f(A) = A^2 + 2A^t - A^{-1}$ . Calculați  $\det(f(A(1)) \cdot f(A(-1)))$ .
- A) 4 B) -160  
C) 16 D) -16  
E) 160 F) 0
- 
8. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & -4 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $O_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .  
Matricea  $A^3$  este egală cu:
- A)  $4A - 6I_3$  B)  $O_3$   
C)  $2A - 3I_3$  D)  $13A - 17I_3$
- 
9. Valoarea determinantului  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$  este:
- A)  $(b-a)(c-a)(b-c)$  B)  $abc(b-c)$   
C)  $(b+a)(c-a)(b-c)$  D)  $(b+a)(c+a)(b+c)$

10. Se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & m & 2 \\ 1 & -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ . Valoarea parametrului real  $m$  pentru care  $\text{rang } A = 2$  este:
- A)  $-7$  B)  $7$   
C)  $4$  D)  $-3$

11. Fie sistemul  $\begin{cases} 3X - 2Y = \begin{pmatrix} 1 & 8 & -7 \\ -2 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix} \\ 4X - Y = \begin{pmatrix} 3 & 9 & -6 \\ -1 & 4 & 7 \\ 10 & 1 & 3 \end{pmatrix} \end{cases}$ , cu  $X, Y \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ . Soluția sistemului este:

- A)  $X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$   
B)  $X = \begin{pmatrix} 2 & 7 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 5 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $Y = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -5 \\ -1 & 6 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$   
C)  $X = I_3$ ,  $Y = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 6 \\ -2 & 0 & 1 \\ 6 & 3 & 2 \end{pmatrix}$   
D)  $X = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 4 \\ 0 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $Y = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 7 & -2 & 5 \\ 0 & 7 & 2 \end{pmatrix}$   
E)  $X = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 6 & 3 & -1 \\ -3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $Y = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 6 & 5 & 0 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

12. Pentru  $n \geq 2$ , numărul de permutări pare din  $S_n$  (adică  $|A_n|$ ) este:
- A)  $n!$  B)  $\frac{n!}{n}$   
C)  $\frac{n!}{2}$  D)  $(n-1)!$

13. Valoarea limitei  $\ell = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^2 + n + 1} - \sqrt{n^2 - n + 1} \right)$  este:

A)  $\ell = 1$

B)  $\ell = 0$

C)  $\ell = 2$

D)  $\ell = \infty$

14.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3} =$

A) 0

B)  $\frac{1}{3}$

C)  $\frac{1}{6}$

D)  $\frac{1}{2}$

15. Calculați  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2}$ .

A) 0

B)  $\frac{1}{2}$

C) 1

D) 2

16. Numărul de soluții reale ale ecuației  $xe^{-x} = \frac{1}{2e}$  este:

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

17. Fie  $f(x) = \frac{\sin(3x)}{|x|}$ ,  $x \neq 0$ . Valoarea limitei  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  este:

A) 3

B) -3

C) 0

D)  $-\frac{3}{2}$

18. Fie  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Folosind teorema Cayley–Hamilton, elementul de pe poziția (1, 1) al matricei  $A^{-1}$  este:

A)  $\frac{3}{4}$

B)  $\frac{1}{3}$

C)  $\frac{2}{3}$

D)  $\frac{1}{2}$

19.

Valoarea determinantului  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 8 & 64 \end{vmatrix}$  este:

A) 24

B) -42

C) 42

D) 18

20.

Se dă sistemul  $\begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ x + 3y - 2z = 7 \\ 3x - 2y + 4z = 0 \end{cases}$ . Folosind regula lui Cramer, valoarea produsului

$xyz$  este:

A) -2

B) 2

C) 6

D) -6

# Barem

Răspunsuri corecte — 20 grile

|    |   |    |   |    |   |    |   |    |   |
|----|---|----|---|----|---|----|---|----|---|
| 1  | A | 2  | A | 3  | A | 4  | A | 5  | A |
| 6  | A | 7  | B | 8  | D | 9  | A | 10 | A |
| 11 | A | 12 | C | 13 | A | 14 | C | 15 | B |
| 16 | C | 17 | B | 18 | C | 19 | C | 20 | A |

---

Verifică-ți răspunsurile interactiv pe [app.pbmate.ro/teste](https://app.pbmate.ro/teste).