

Permutări — toate ordonările unei mulțimi

O permutare a unei mulțimi cu n elemente este o aranjare ordonată a tuturor celor n elemente. Numărul lor este factorialul $n!$.

Numărul de permutări

condiție: $n \in \mathbb{N}, n \geq 1$

$$P_n = n!$$

Definiția factorialului

condiție: convenție: $0! = 1$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$$

Recurența factorialului

$$n! = n \cdot (n - 1)!$$

Valori uzuale

$$1! = 1, 2! = 2, 3! = 6, 4! = 24, 5! = 120, 6! = 720, 7! = 5040$$

Aranjamente — selecții ordonate

Un aranjament de n luate câte k este o selecție ordonată de k elemente dintr-o mulțime de n . Ordinea contează — abc și bca sunt aranjamente diferite.

Numărul de aranjamente

condiție: $0 \leq k \leq n$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n - k)!}$$

Formă dezvoltată

condiție: produs cu exact k factori

$$A_n^k = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot (n - k + 1)$$

Aranjamente totale

condiție: când iei toate elementele

$$A_n^n = n! = P_n$$

Legătura cu combinațiile

condiție: fiecare combinație se poate ordona în $k!$ feluri

$$A_n^k = C_n^k \cdot k!$$

Combinări — selecții fără ordine

O combinație de n luate câte k este o submulțime cu k elemente dintr-o mulțime cu n elemente. Ordinea nu contează — $\{a, b, c\}$ și $\{c, b, a\}$ sunt aceeași combinație.

Numărul de combinații

condiție: $0 \leq k \leq n$

$$C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n - k)!}$$

Simetria

condiție: $C_{10}^7 = C_{10}^3 = 120$

$$C_n^k = C_n^{n-k}$$

Formula lui Pascal

condiție: regula triunghiului lui Pascal

$$C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$$

Suma combinărilor

condiție: numărul tuturor submulțimilor unei mulțimi cu n elemente

$$C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n$$

Combinări extreme

$$C_n^0 = C_n^n = 1, \quad C_n^1 = C_n^{n-1} = n$$

Probabilitate elementară

Schema lui Laplace: când toate cazurile sunt egal posibile, probabilitatea unui eveniment este raportul dintre cazurile favorabile și cazurile posibile. Aproape toate problemele de BAC cu probabilitate folosesc combinări pentru ambii termeni ai fracției.

Formula lui Laplace

condiție: toate cazurile egal posibile

$$P(A) = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}$$

Marginile probabilității

condiție: $P(\emptyset) = 0, P(\Omega) = 1$

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

Evenimentul contrar

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Probabilitatea reuniunii

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Evenimente independente

condiție: dacă A și B sunt independente

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$