Tabel derivate — funcții elementare

Cele 14 derivate care acoperă tot ce-ți cere BAC-ul. Domeniul de validitate apare doar acolo unde el restrânge derivata (la $1/x$, $\ln$, $\arcsin$ etc.).

Constantă condiție: $c \in \mathbb{R}$	$(c)' = 0$
Funcția identitate	$(x)' = 1$
Putere condiție: $n \in \mathbb{R}$, $x > 0$ pentru n neîntreg	$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$
Radical de ordin 2 condiție: $x > 0$	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
Funcția $1/x$ condiție: $x \neq 0$	$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$
Exponențiala naturală	$(e^x)' = e^x$
Exponențiala generală condiție: $a > 0$, $a \neq 1$	$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$
Logaritm natural condiție: $x > 0$	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
Logaritm în bază a condiție: $x > 0$, $a > 0$, $a \neq 1$	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$
Sinus	$(\sin x)' = \cos x$
Cosinus	$(\cos x)' = -\sin x$
Tangentă condiție: $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$	$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
Cotangentă condiție: $x \neq k\pi$	$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
Arcsinus condiție: $x \in (-1, 1)$	$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
Arccosinus condiție: $x \in (-1, 1)$	$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Arctangentă	$(\operatorname{arctg} x)' = \dfrac{1}{1+x^2}$

Reguli de derivare

Patru reguli care acoperă tot ce poți compune din funcțiile elementare de mai sus. Le memorezi într-o singură seară.

Suma și diferența	$(f+g)'(x) = f'(x) + g'(x), \quad (f-g)'(x) = f'(x) - g'(x)$
Înmulțirea cu o constantă condiție: $c \in \mathbb{R}$	$(c \cdot f)'(x) = c \cdot f'(x)$
Produsul (regula lui Leibniz)	$(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
Câtul condiție: $g(x) \neq 0$	$\left(\dfrac{f}{g}\right)'(x) = \dfrac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{\left(g(x)\right)^2}$

Derivata funcției compuse (chain rule)

Singura regulă care permite derivarea funcțiilor de tipul $\sin(2x+1)$, e^{x^2}, $\ln(x^2+1)$. La BAC apare în 100% din studiile de funcție.

Forma generală	$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$
Putere compusă	$\left(\left(g(x)\right)^n\right)' = n\left(g(x)\right)^{n-1} \cdot g'(x)$
Exponențială compusă	$\left(e^{g(x)}\right)' = e^{g(x)} \cdot g'(x)$
Logaritm compus condiție: $g(x) > 0$	$(\ln g(x))' = \dfrac{g'(x)}{g(x)}$
Sinus compus	$\left(\sin g(x)\right)' = \cos g(x) \cdot g'(x)$
Cosinus compus	$\left(\cos g(x)\right)' = -\sin g(x) \cdot g'(x)$
Radical compus condiție: $g(x) > 0$	$\left(\sqrt{g(x)}\right)' = \dfrac{g'(x)}{2\sqrt{g(x)}}$

Derivate de ordin superior

Derivata a doua îți spune concavitatea graficului și apare la BAC în întrebările despre puncte de inflexiune. Derivata a n-a apare în recurențe Taylor (foarte rare în programa actuală).

Derivata a doua	$f''(x) = \left(f'(x)\right)'$

Derivata de ordin n	$f^{(n)}(x) = \left(f^{(n-1)}(x)\right)'$
Derivatele exponențialei condiție: $n \in \mathbb{N}$	$\left(e^x\right)^{(n)} = e^x$
Derivatele sinusului	$\left(\sin x\right)^{(n)} = \sin\left(x + n \cdot \frac{\pi}{2}\right)$
Derivatele cosinusului	$\left(\cos x\right)^{(n)} = \cos\left(x + n \cdot \frac{\pi}{2}\right)$
Formula lui Leibniz pentru produs	$\left(fg\right)^{(n)}(x) = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} f^{(k)}(x) g^{(n-k)}(x)$

Aplicații la BAC — tangentă, monotonie, optim

Cele patru aplicații care apar literal în fiecare studiu de funcție din Subiectul II.

Ecuația tangentei la grafic în x_0 condiție: f derivabilă în x_0	$y - f(x_0) = f'(x_0) \cdot (x - x_0)$
Monotonie (criteriul derivatei) condiție: egalitatea într-un număr finit de puncte e admisă	$f'(x) \geq 0 \text{ pe } I \ \Rightarrow \ f \text{ crescătoare pe } I$
Puncte critice și extreme	$f'(x_0) = 0, \quad f''(x_0) > 0 \ \Rightarrow \ x_0 \text{ punct de minim local}$
Concavitate și puncte de inflexiune condiție: $f''(x_0) = 0$ + schimbare de semn ⇒ punct de inflexiune	$f''(x) > 0 \text{ pe } I \ \Rightarrow \ f \text{ convexă pe } I$
Asimptotă oblică $y = mx + n$ condiție: ambele limite să fie finite	$m = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x}, \quad n = \lim_{x \to \pm\infty} \left(f(x) - mx\right)$
Regula lui l'Hôpital condiție: cazuri $\frac{0}{0}$ sau $\frac{\infty}{\infty}$, limita din dreapta există	$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$